

文章编号: 1000-7598(2009)11-3406-06

地下采矿引起的地表下沉的动态过程模型

刘玉成^{1,2}, 庄艳华³

(1. 重庆大学 西南资源开发与环境灾害控制工程教育部重点实验室, 重庆 400044; 2. 毕节学院 采矿工程系, 贵州 毕节 551700;
3. 武汉大学 资源与环境科学学院, 武汉 430079)

摘要: 分析了由地下采矿引起地表下沉的动态过程的 Knothe 时间函数模型的不足, 在原 Knothe 时间函数中增加了一个以常数 k 为参数的幂指数, 增加参数后的时间函数模型经理论分析符合地表点下沉的动态过程、速度变化过程和加速度变化过程; 改进后的时间函数模型中参数 c 决定地表点下沉过程时间的长短, 参数 k 决定地表点在时间轴上的下沉路径及达到最大速度所需的时间; 用改进后的时间函数模型对某矿沉陷盆地倾向主断面上下沉量最大点的下沉过程的观测资料进行了拟合, 即用经验方法确定参数 c 后, 再用最小二乘法确定参数 k 。研究表明, 该模型可较准确地拟合实测曲线。用改进后的时间函数模型结合沉陷盆地主断面的剖面函数模型, 建立了主断面地表下沉曲线变化的动态过程模型, 该模型可求出沉陷主断面或沉陷盆地某一点在某一时刻的下沉量、下沉速度和加速度。

关键词: 地表下沉; 剖面曲线; 动态过程; 时间函数模型

中图分类号: TD 325

文献标识码: A

Model for dynamic process of ground surface subsidence due to underground mining

LIU Yu-cheng^{1,2}, ZHUANG Yan-hua³

(1. China Education Ministry's Key Laboratory for Exploitation of Southwest Resources and Environmental Disaster Control Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, China; 2. Department of Mining Engineering, Bijie University, Bijie 551700, China;
3. School of Resources and Environmental Science, Wuhan University, Wuhan 430079, China)

Abstract: Through analyzing the Knothe time function model for the dynamic process of the ground surface subsidence due to underground mining, it is found that the model can't accord with the observational data. By adding a constant parameter k to the Knothe time function, a new time function model has been set up. The velocity and acceleration worked out from this new time function model is in accordance with the dynamic process of the surface subsidence. In this new model the parameter c decides how long the subsidence would continue; and the parameter k decides the path of the subsidence on the axis of time. This new subsidence dynamic model fits well the curve of the observation data on the inclining section of the surface subsidence basin of a certain coal mine, the parameter c is obtained by practical consideration and the parameter k is obtained by least square method. Combining this new time function model with the section function of the surface subsidence basin or the basin model, a dynamic process model for the surface subsidence due to underground mining is set up; from this model the subsidence and velocity and acceleration of some point on the subsidence basin or the section could be worked out in anytime.

Key words: ground surface subsidence; section curve; dynamic process; time function model

1 引言

当地下层状赋存的煤层全部采出后, 形成矩形的采空区。煤层埋藏较深时, 随着采空区的扩大, 上覆岩层的移动从采空区顶板到地表形成明显的三带, 即冒落带、裂隙带和弯曲下沉带。弯曲带波及地表形成所谓的沉陷盆地。沉陷盆地的形成是一个

随着地下开采的进行而不断扩大的动态过程, 当开采结束后, 地表下沉持续一定的时间后趋于稳定, 形成最终的沉陷盆地。它分布在回采区域的上方, 并远大于开采的范围。当煤层的倾角较小时, 沉陷盆地基本上表现为以最大下沉点为中心的椭圆型盆地; 当煤层倾角较大时, 沉陷盆地的中心在煤层倾斜方向发生偏移^[1-2]。目前, 开采沉陷的预计方法

收稿日期: 2009-01-06

第一作者简介: 刘玉成, 男, 1978年生, 博士研究生, 讲师, 主要从事“三下”采煤及开采沉陷方面的研究。E-mail: liul120575@yahoo.com.cn

主要有基于随机介质理论的概率积分法和基于实测资料的典型曲线法和剖面函数法^[1-2]。其中, 剖面函数法是指利用大量的实测资料, 建立开采沉陷盆地走向或倾向主断面上下沉曲线的数学表达式。但以上这些预计方法只能较好地描述地表沉陷稳定后的剖面曲线形状, 而不能描述地表移动的动态过程。

对于地下采矿引起的地表某一点下沉的动态过程, 早在 1952 年波兰学者 Knothe 假设地表某一点在某一时刻的下沉速度正比于该点的最终下沉量与该时刻的下沉量之差, 提出了地表某一点下沉量与时间关系的时间函数模型^[3-4]。但大量的实测资料表明, Knothe 时间函数与实际的地表下沉的动态过程不完全符合^[3-4], 因为由这个模型计算出的地表下沉的加速度是负值, 即地表从一开始以一最大速度呈减速下沉。事实上, 地表下沉过程应该是下沉速度由 0 到最大再到 0 的过程。崔希民等^[3-4]提出了地表移动过程中速度和加速度应具有的特征, 但并未建立合适的数学模型。后来, 有学者对地表点移动的动态过程进行了一些研究和改进, 如常占强^[5]假设地表点的下沉速度在整个下沉过程的中间时刻为最大, 把下沉过程人为地分为前后对称的两个过程, 采用分段建模的方法对 Knothe 时间函数进行了改进, 但事实上由于覆岩离层及岩体流变等因素的影响, 地表下沉过程并不以整个下沉过程的中间时刻为对称。徐洪钟等^[6]采用 Logistic 曲线模型建立了地表下沉的动态过程模型, 该模型求出的沉陷速度和加速度在一开始时就有一个初始的速度和加速度。事实上, 采空区上覆岩层的移动为由下向上逐渐变化, 而不像软土地基会瞬时产生沉降和速度。彭小沾等^[7]用双参数时间函数建立了地表下沉的动态过程模型, 但由于模型表达式复杂, 参数较多, 使模型求解困难, 导致模型本身的实用价值降低, 而参数的物理意义也不明确。黄乐亭等^[8]对地表下沉的动态过程进行了一些研究, 但只是定性分析了地表点下沉的动态过程, 而未建立合适的数学模型。

综上所述, 要描述整个地表沉陷曲线变化的动态过程, 首先要建立简单实用的地表移动预测模型; 其次, 要对地表点移动的动态过程进行进一步研究, 建立合适的时间函数模型。由于地表某一点的下沉过程在时间和空间上具有相对的独立性, 可将主断面剖面函数和同一断面地表点下沉的时间函数联合, 建立能预测地表某一点任意时刻的下沉量。本文基于这种思想, 在作者^[9]已建立的一种剖面函数模型的基础上, 主要对地表点下沉的时间过程进行

了研究, 进而建立沉陷盆地主断面下沉曲线变化过程的数学模型。

2 地表下沉的动态过程模型

根据文献[9], 沉陷盆地走向或倾向主断面上沉陷稳定后的剖面函数可用如下的数学模型表示:

$$w_m(x) = w_m F(x) \quad (1)$$

式中: w_m 为沉陷盆地主断面上的最大下沉量, 可用如下的公式表示^[1-2]:

$$w_m = mq \cos \alpha \quad (2)$$

式中: m 为煤层的厚度; q 为下沉系数, 可根据实测计算确定; α 为煤层倾角。

在式 (1) 中 $F(x)$ 可用如下的公式表示^[9]:

$$F(x) = \left(1 - \frac{x^2}{a^2} \right)^n \quad (3)$$

式中: a 为沉陷影响半径; n 为沉陷曲线形态参数。

假设沉陷盆地剖面线上某一点下沉的动态过程可用一时间函数 $\varphi_x(t)$ 表示, 则沉陷盆地主断面上 x 点在任意时刻 t 的下沉量为

$$w(x, t) = w_m(x) \varphi_x(t) \quad (4)$$

由于在相同的条件下, 沉陷主断面上任意两点在时间上具有相同的运动规律, 故将整个沉陷曲线所有点的时间函数用一个函数 $\varphi(t)$ 来表示, 即 $\varphi(t) = \varphi_x(t)$ 。将式 (1) 代入式 (4) 可得

$$w(x, t) = w_m F(x) \varphi(t) \quad (5)$$

由式 (5) 可知, 要描述地表沉陷盆地主断面上某一点在任意时刻的下沉量, 关键是确定描述沉陷稳定后的主断面曲线 $w_m(x)$ 和地表点下沉的动态过程时间函数 $\varphi(t)$ 。作者已经在文献[9]中建立了一种比较简单实用的描述地表沉陷的主断面剖面函数, 接下来的主要工作是对时间函数 $\varphi(t)$ 的讨论和研究。

3 间函数 $w(t)$ 的建立

3.1 Knothe 时间函数简析

据文献[3-4], Knothe 时间函数的表达式为

$$w_1(t) = w_m(x)(1 - e^{-ct}) \quad (6)$$

式中: $w_m(x)$ 为沉陷盆地走向或倾向主断面上沉陷稳定后的剖面函数; c 为岩性参数。

令

$$\varphi(t) = (1 - e^{-ct}) \quad (7)$$

则式 (6) 可表示为

$$w_1(t) = w_m(x)\varphi(t) \quad (8)$$

由式 (7) 可知, 当 $0 \leq t < \infty$ 时, $\varphi(t) \in [0, 1]$, 当 t 取大于等于 0 的任何实数时, 由式 (8) 所表示时间函数 $w_1(t)$ 是一个定义域在 $[0, 1]$ 上的线性函数, 即 $w_1(t)$ 与 $w_m(x)$ 是线性变化的关系。对式 (6) 求二阶导数得出下沉的加速度为负值, 即当 $t=0$ 时下沉的加速度为负的最大, 表明 Knothe 时间函数所描述的地表下沉是一个逐渐衰减的过程, 显然与事实不符。实际上, 在开采沉陷过程中, $w_1(t)$ 与 $w_m(x)$ 是一种非线性关系, 即当 $0 \leq t < \infty$ 时, 时间函数 $w_1(t)$ 在定义域 $[0, 1]$ 上呈现某种非线性变化。

3.2 符合实际的时间函数 $w(t)$ 的建立

基于以上对 Knothe 时间函数的不完善之处的分析, 考虑到矿山开采引起地表某点的沉陷过程的非线性特征, 试在式 (7) 上加一个幂指数 k , 求证增加参数后的 knothe 时间函数是否符合地表点下沉的动态过程。增加参数后, 式 (6) 可改为

$$w(t) = w_m(x)(1 - e^{-ct})^k \quad (9)$$

式中: k 为拟合参数。

根据式 (7), 式 (9) 又可表示为

$$w(t) = w_m(x)\varphi(t)^k \quad (10)$$

由式 (10) 可知, 当 $0 \leq t < \infty$ 时, $\varphi(t) \in [0, 1]$; 当 t 取大于等于 0 的任何实数时, 由式 (10) 所表示时间函数 $w(t)$ 是一个定义域在 $[0, 1]$ 上的幂函数, 即 $w(t)$ 与 $w_m(x)$ 呈幂函数关系, 对式 (9) 求时间的一阶导数, 得出下沉速度为

$$v(t) = w_m(x)kce^{-ct}(1 - e^{-ct})^{k-1} \quad (11)$$

对式 (9) 求时间的二阶导数, 得出下沉加速度为

$$a(t) = w_m(x)[-kc^2e^{-ct}(1 - e^{-ct})^{k-1} + k(k-1)c^2e^{-ct}e^{-ct}(1 - e^{-ct})^{k-2}] \quad (12)$$

令 $a(t) = 0$ 时, 解式 (12) 得

$$\left. \begin{aligned} t &= 0 \\ t &= -\frac{1}{c} \ln \frac{1}{k} \\ t &= \infty \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

式 (13) 中的 3 个 t 值将下沉速度变化分为 3 个变化阶段, 在不同的时间区间下沉量 $w(t)$ 、下沉速度 $v(t)$ 和下沉加速度 $a(t)$ 的变化情况见表 1。

表 1 下沉量、速度和加速度在不同时间区间的变化
Table 1 The variation of the subsidence, velocity and acceleration on the time axes

t	0	$(0, t_0)$	t_0	(t_0, ∞)	∞
$w(t)$	0	增长	$w_m(x)(k-1/k)^k$	增长	最大
$v(t)$	0	加速	$w_m(x)c(k-1/k)^{k-1}$	减速	0
$a(t)$	0	>0	0	<0	0

对式 (9) 求时间的三阶导数, 得

$$\begin{aligned} w'''(t) = & w_m(x)kc^3e^{-ct}(1 - e^{-ct})^{k-1} - \\ & k(k-1)c^3(e^{-ct})^2(1 - e^{-ct})^{k-2} - \\ & 2k(k-1)c^3(e^{-ct})^2(1 - e^{-ct})^{k-2} + \\ & k(k-1)(k-2)c^3(e^{-ct})^3(1 - e^{-ct})^{k-3} \end{aligned} \quad (14)$$

将 $t_0 = -(1/c)\ln(1/k)$ 代入式 (14), 得

$$w'''(t) = -2w_m(x)c^3\left(\frac{k-1}{k}\right)^{k-1}\left(\frac{1}{k-1}\right) < 0 \quad (15)$$

将式 (13) 中的 3 个 t 值代入式 (12), 得到: 当 t 从 0 到 $-(1/c)\ln(1/k)$ 时, $a(t) > 0$; 当 t 从 $-(1/c)\ln(1/k)$ 到 ∞ 时, $a(t) < 0$ 。由微分法求函数极值原理可知, 当 $t = -(1/c)\ln(1/k)$ 时, 下沉速度达到最大, 即速度达到峰值, 此时的速度为

$$v(t)_{\max} = w_m(x)c(1 - 1/k)^{k-1} \quad (16)$$

速度峰值时刻的下沉量为

$$w = w_m(x)(1 - 1/k)^k \quad (17)$$

由新时间函数模型式 (9) 表示的地表点下沉曲线见图 1, 下沉速度曲线见图 2, 下沉加速度曲线见图 3。由以上的论证可知, 在原 knothe 时间函数上增加一个参数 k 后的时间函数模型可描述地表点下沉的时间过程。

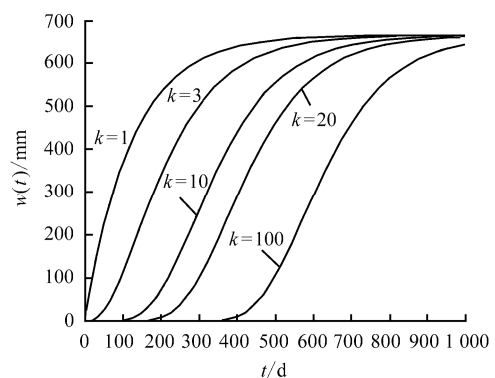


图 1 不同 k 对应的下沉量曲线示意图
Fig.1 The Relationship between $w(t)$ and k

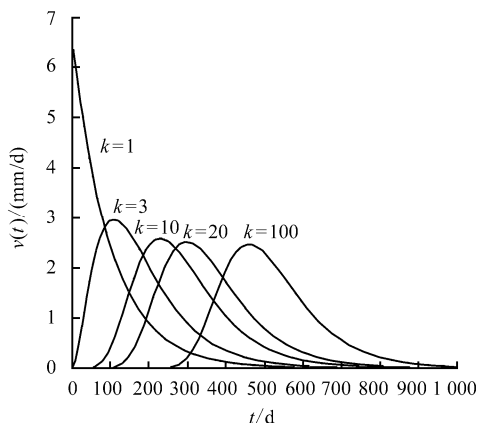


图 2 不同 k 对应的下沉速度示意图
Fig.2 The Relationship between $v(t)$ and k

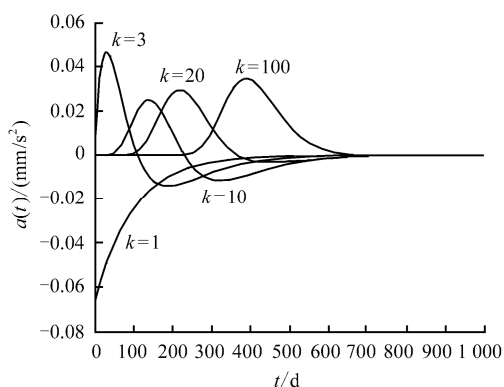


图 3 不同 k 对应的下沉加速度示意图
Fig.3 The Relationship between $a(t)$ and k

3.3 参数讨论及确定

由图 1~3 可知, 参数 c 决定地表某点从开始下沉到稳定的时间长短, 而参数 k 决定地表点在时间轴上的运动路径。随着参数 k 的增加, 地表下沉达到最大速度的时间会推迟。因此, 由这两个参数来控制地表点的下沉过程更合理, 而这两个参数的大小取决于采场上覆岩层的性质及其运动。只要选择合适参数 c 和 k , 改进后的时间函数模型式 (9) 能比较客观地描述地表某一点下沉的动态过程。

在岩性参数 c 和最大下沉量 $w_m(x)$ 不变的情况下, 地表同一点沉陷的动态过程随着参数 k 的变化而变化。由图 1 可看出, 参数 k 不影响地表点沉陷的起点和终点, 只影响其中间变化过程, 这就意味着可用原 knothe 函数确定参数 c , 再用最小二乘法确定参数 k 。对于式 (1) 中的参数 c , 崔希民^[3-4]和李德海^[10]进行了详细的讨论和研究, 并给出了一个经验取值范围^[4]和计算公式^[10]。本文中这两个参数按分步方式确定, 首先根据文献[4]确定参数 c ,

然后根据实测资料进行回归分析, 用最小二乘法确定参数 k 。参数 c 确定的最小二乘法属于常用的曲线拟合方法, 故具体过程从略。

4 计算实例

由以上的分析可知, 改进后的 Knothe 时间函数模型对描述采深较大且有明显弯曲下沉带的地表下沉过程具有合理性。笔者用上述的分析方法, 分析描述软土地基沉降的一些时间函数模型^[11-12], 发现这些模型不符合由地下采矿引起的地表下沉的动态过程。因此, 将剖面函数式 (3) 和时间函数式 (9) 代入动态过程模型式 (5), 可得出地表下沉的动态过程模型:

$$w(x, t) = w_m \left(1 - \frac{x^2}{a^2} \right)^n (1 - e^{-ct})^k \quad (18)$$

若沉陷盆地模型 $w(x, y)$ 可确定^[9], 则整个沉陷盆地内任意点任意时刻的下沉量可表示为

$$w(x, y, t) = w_m \left(1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} \right)^n (1 - e^{-ct})^k \quad (19)$$

重庆南桐煤矿二井三区从 1986—1992 年对地表的下沉量进行了观测, 取倾斜主断面下沉量最大的点沉陷量的时间序列求取式 (9) 中的参数, 建立主断面上地表点沉陷的动态过程模型。按相关文献 [4, 10] 取参数 $c = 0.000\ 012/\text{d} = 0.004\ 4/a$, 采用最小二乘法拟合得 $k = 5.3$ 。参数确定后, 最大点的时间序列实测量与模型计算量的曲线对比 (见图 4) 说明, 本文的时间函数能较精确地拟合地表点的下沉过程。对于沉陷稳定后的剖面曲线, 用倾向主断面上的实测数据按文献[9]中的方法进行拟合, 求出参数 $n = 4.5$, 最大沉陷量为 393.0 mm, 沉陷影响半径 $b = 425\text{ m}$, 主断面下沉实测曲线与模型计算值曲线的对比见图 5, 可见拟合精度也较高。因两个模型对实测曲线均能较精确拟合, 可用本文建立的模型描述倾斜剖面上地表下沉的动态过程, 将参数代入后的模型为

$$w(x, t) = 393.0 \left(1 - \frac{x^2}{425^2} \right)^{4.5} (1 - e^{-0.002\ 7t})^{5.3} \quad (20)$$

倾向主断面的下沉曲线随时间的变化过程见图 6, 该图表示主断面地表下沉稳定的时间需要 2 100 d。

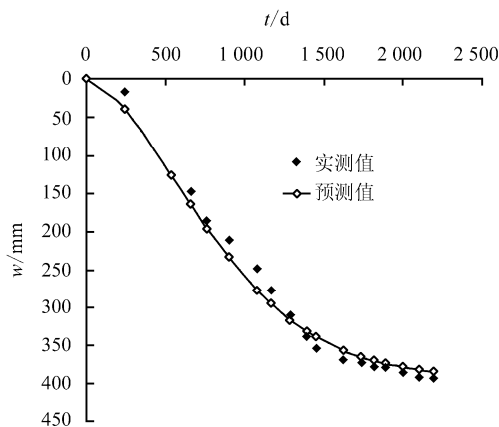


图4 实测值与模型值对比曲线图

Fig.4 Comparison between practical data and model curve

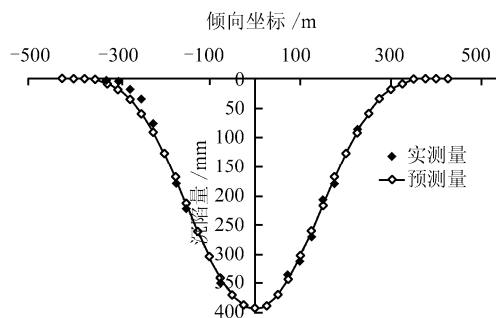


图5 倾斜主断面实测量与模型计算量对比图

Fig.5 Comparison between practical data and model data of incline section of the subsidence basin

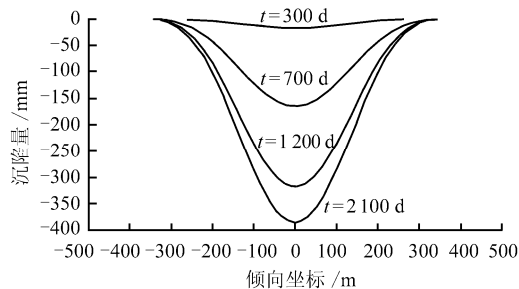


图6 倾斜主断面下沉曲线随时间变化图

Fig.6 The change of the subsidence and time curve of incline section of the subsidence basin

5 结 论

(1) 对地表点下沉的动态过程的特征从下沉速度曲线、加速度曲线方面进行了分析, 得出 Knothe 时间函数对描述地表点的下沉过程不具有普遍的适用性。

(2) 对在原 Knothe 时间函数模型上增加了一个幂指数 k 后的新时间函数进行了运算, 发现增加一个参数后的时间函数模型符合地表点下沉的动态过程, 求出的速度和加速度较符合实际。

(3) 对改进后的 Knothe 时间函数模型中的参数进行了讨论, 并对其确定方法进行了探讨。模型中的两个参数 c 和 k 都可认为是岩性参数, 参数 c 决定地表点沉陷过程时间的长短, 参数 k 决定地表点沉陷的具体路径。

(4) 用相关文献中的剖面函数模型结合本文中的地表点下沉的时间函数模型, 建立了能描述沉陷主断面上某一点某一时刻下沉量的数学模型, 因拟合精度较高, 认为该模型正确。

(5) 本文中参数的确定方法采用经验和最小二乘相结合的方式, 旨在证明模型的正确性和适用性。但一个模型只有在事先确定了参数后, 才能达到预测的目的。本文的改进的时间函数模型中的两个参数的影响因素以及用理论方法如何确定参数还需进一步研究。

参 考 文 献

- [1] 何国清, 杨伦, 凌赓娣, 等. 矿山开采沉陷学[M]. 徐州: 中国矿业大学出版社, 1991.
- [2] 沈光寒, 李白英, 吴戈, 等. 矿井特殊开采的理论与实践[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 1992.
- [3] CUI XIMIN. Prediction of progressive surface subsidence above Longwall Coal Mining using a time function[J]. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, 2001, 38: 1057—1063.
- [4] 崔希民, 缪协新, 赵英利, 等. 论地表移动过程的时间函数[J]. 煤炭学报, 1999, 24(5): 453—455.
CUI Xi-min, MIAO Xie-xing, ZHAO Ying-li, et al. Discussion on the Time function of time dependent surface movement[J]. *Journal of China Coal Science*, 1999, 24(5): 453—455.
- [5] 常占强, 王金庄. 关于地表点下沉时间函数的研究——改进的克诺特时间函数[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(9): 1496—1499.
CHANG Zhan-qiang, WANG Jin-zhuang. Study on time function of subsidence—the improved knothe time function[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2003, 22(9): 1496—1499.
- [6] 徐洪钟, 李雪红. 基于 Logistic 增长模型的地表下沉时间函数[J]. 岩土力学, 2005, 26(增): 151—152.
XU Hong-zhong, LIU Xue-hong. Time function of surface subsidence based on Logistic growth model[J]. *Rock and soil Mechanics*, 2005, 26(Supp.): 151—152.

- [7] 彭小沾, 崔希民, 臧永强, 等. 时间函数与地表动态移动变形规律[J]. 北京科技大学学报, 2004, 26(4): 341—344.
PENG Xiao-zhan, CUI Xi-min, ZANG Yong-qiang, et al. Time function and prediction of progressive surface movement and deformation[J]. **Journal of University of Science and Technology Beijing**, 2004, 26(4): 341—344.
- [8] 黄乐亭, 王金庄. 地表动态沉陷变形的 3 个阶段与变形速度的研究[J]. 煤炭学报, 2006, 31(4): 420—424.
HUANG Le-ting, WANG Jin-zhuang. Study on the three stage and deformation velocity of dynamic surface subsidence deformation[J]. **Journal of China Coal Science**, 2006, 31(4): 420—424.
- [9] 刘玉成, 曹树刚, 刘延保. 缓倾斜煤层矩形采空区地表沉陷盆地模型[J]. 中国矿业, 2008, 17(6): 73—76.
LIU Yu-cheng, CAO Shu-gang, LIU Yan-bao. The subsidence basin model under rectangular goaf due to mining gentle-inclined coal seam[J]. **Journal of China Mining Magazine**, 2008, 17(6): 73—76.
- [10] 李德海. 覆岩岩性对地表移动过程时间影响函数的影响[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(22): 3780—3783.
LI De-hai. Influence of cover rock characteristics on time influencing parameters in process of surface movement[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2004, 23(22): 3780—3783.
- [11] 邓英尔, 谢和平. 全过程沉降的新模型与方法[J]. 岩土力学, 2005, 26(1): 1—4.
DENG Ying-er, XIE He-ping. New model and method of forecasting settlement during complete process construction and operation[J]. **Rock and soil Mechanics**, 2005, 26(1): 1—4.
- [12] 王伟, 卢延浩. 基于 Weibull 曲线的软基沉降预测模型分析[J]. 岩土力学, 2007, 28(4): 803—808.
WANG Wei, LU Ting-hao. Study on prediction model of soft foundation settlement based on Weibull curve[J]. **Rock and soil Mechanics**, 2007, 28(4): 803—808.